

TD 10**Endogeneous Growth: modèles de R&D**

References

Jones, Charles I. (1995) "R&D-based models of economic growth." *The Journal of Political Economy* 103(4), pp. 759–784

Points techniques du TD :

- Croissance endogène,
- Rôle de la R&D et absence d'effet taille.

A. Set-up du modèle

L'économie est peuplée d'un agent représentatif qui consomme un bien final. Ce bien final est produit à partir du travail et d'un continuum de biens intermédiaires. Le secteur du bien final est parfaitement concurrentiel alors que les firmes du secteur intermédiaire sont en monopole. Celles-ci profitent du bénéfice de leur innovation et produisent à partir du capital. Les inventions de nouveaux biens intermédiaires se fait par l'intermédiaire de firmes de R&D dans lesquelles travaillent des chercheurs. Il y a libre-entrée sur le marché de la R&D et le travailleur/consommateur peut librement allouer son temps de travail entre le secteur final et celui de la recherche.

B. Résolution

Le bien final

Le bien final Y est produit à partir du travail L_Y et d'un continuum de biens intermédiaires x que l'on indice sur $[0, A]$, A étant supposé comme exogène pour ce secteur. Le secteur est parfaitement concurrentiel et la fonction de production est la suivante :

$$Y = L_Y^\alpha \int_0^A x_i^{1-\alpha} di$$

Le salaire des travailleurs du secteur est noté w_Y . Le bien intermédiaire x_i est valorisé à p_i unités de bien final, considéré comme numéraire.

1. Déterminer w_Y en fonction de Y et L_Y .
2. Exprimer la demande en bien intermédiaire x_i en fonction de p_i et L_Y .

Les biens intermédiaires

Le secteur des biens intermédiaires se compose d'un continuum de firmes sur $[0, A]$. Chaque firme est en monopole sur son segment. On suppose en effet qu'elle bénéficie d'une innovation du secteur de la R&D qu'elle est la seule à produire. Elle produit en utilisant comme seul input le capital qui coûte r .

3. Exprimer l'élasticité de la demande d'un bien intermédiaire par le secteur du bien final ? En déduire le prix des biens intermédiaires.

4. Quelle est la quantité de biens intermédiaires produites par chaque firme ? Quel profit π réalise-t-elle ?

5. On note K la quantité de capital allouée aux firmes de biens intermédiaires. Déduire des questions précédentes la répartition de la valeur ajoutée Y entre salaires, profits agrégés des firmes de biens intermédiaires et rémunération du capital. Commenter.

La R&D

L'invention de nouveaux biens intermédiaires obéit à la loi suivante :

$$\dot{A} = \delta L_A^\lambda A^\phi$$

L_A désigne le nombre de chercheurs dans le secteur de la R&D. λ et ϕ sont des paramètres compris entre 0 et 1.

Le secteur de la R&D vend une innovation au prix p_A : c'est assimilable à une *patente*. On suppose qu'il y a libre entrée dans ce secteur.

Le marché du travail n'est pas segmenté entre chercheurs et travailleurs dans le secteur du bien final et les travailleurs choisissent librement de travailler dans le secteur R&D pour un salaire w_A .

6. Commenter la loi d'évolution des innovations. En quoi se différencie-t-elle de celle du modèle de Romer (1990) ?

7. Calculer le salaire w_A des chercheurs.

Le consommateur

Les préférences du consommateur représentatif sont définies de la manière suivante :

$$\int_0^\infty \frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} e^{-\rho t} dt$$

c_t désigne la consommation instantanée par individu de bien final à la date t . Le taux de préférence privé pour le présent se note $\rho > 0$.

8. On note K la richesse agrégée de l'économie. Exprimer la loi d'évolution de K en fonction des autres paramètres agrégés de l'économie.

9. Récrire cette loi d'évolution en variables par tête. On notera ainsi $c = C/L$, $k = K/L$, $a = A/L$ avec $L = L_A + L_Y$. On suppose que la population croît au taux constant n .

10. Écrire et résoudre le programme du consommateur. En déduire l'équation d'Euler.

Le sentier de croissance équilibré

On cherche ici à déterminer l'équilibre stationnaire (donc de long-terme). Pour cela, on suppose que la part des chercheurs dans la population active $s = L_A/L$ est constante à long-terme et que c et y croissent aux taux $g > 0$ constant.

11. Exprimer le taux de rendement du capital r en fonction de g à l'équilibre stationnaire. Montrer que le taux de croissance stationnaire g_A du nombre de biens intermédiaires A est égal à celui de la consommation g .

12. Utiliser la loi d'évolution de A pour exprimer g_A . Pourquoi parle-t-on de croissance *semi-endogène* ? Quelle est la principale différence avec le modèle de Romer (1990) ?

13. Calculer $\frac{\dot{p}_A}{p_A}$ et commenter.

14. On souhaite déterminer s

a. Déterminer la valeur d'une patente p_A . On utilisera deux méthodes : (i) l'absence d'opportunités d'arbitrage (pour un investisseur neutre au risque qui peut investir dans le capital et dans le secteur de la R&D) et (ii) Utiliser la méthode intégrale (supposer que les dates de survenue des inventions suit un processus de Poisson).

b. En déduire $s = \frac{L_A}{L}$ et commenter.