François Le Grand
legrand@pse.ens.fr

Séances des 3 et 6 Octobre 2006

Cours de Macroéconomie 4 (Prof. Daniel Cohen)

TD 1

Modèles dynamiques de “job-search” à la Mortensen-Pissarides

References

Hosios, Arthur J. (1990) “On the efficiency of matching and related models of search and unemployment.” *The Review of Economic Studies* 57(2), pp. 279–298

Mortensen, Dale T., and Christopher A. Pissarides (1994) “Job creation and job destruction in the theory of unemployment.” *The Review of Economic Studies* 61(3), pp. 397–415

— (1998) “Technological progress, job creation and job destruction.” *Review of Economic Dynamics* 1(4), pp. 733–753

Pissarides, Christopher A. (1990) *Equilibrium Unemployment Theory* (Blackwell Publishers). ISBN 0631152148

Points techniques du TD : l’optimisation sous contraintes :

- Lagrangien
- Hamiltonien
- Équation de Bellman

A Description du modèle

On considère le modèle standard à la Mortensen-Pissarides, où les travailleurs et firmes sont neutres au risque.

Les travailleurs

Les travailleurs maximisent la fonction suivante où r désigne le taux d’escompte et $y(s)$ le revenu net à la période s :

$$V_t = \int_t^{\infty} e^{-rs} y(s) ds$$

Les travailleurs employés sont rémunérés au salaire w. Un travailleur au chômage touche le salaire de réserve b (b peut être interprété comme une allocation chômage ou comme le gain du loisir).

Les firmes

Il existe un large nombre d’entreprises, toutes identiques (libre-entrée de firmes). Une firme qui emploie un travailleur produit x ($\equiv$ productivité du travail).

Matching function

On désigne par v le nombre de postes vacants dans les entreprises. Le coût à chaque période pour une firme qui cherche à remplir un poste vacant est γ.
On normalise à 1 la taille de la population active, de sorte que u désigne à la fois le taux de chômage et le nombre de chômeurs.
A chaque période, un travailleur employé a une probabilité instantanée s constante de se retrouver au chômage.
On suppose que le nombre d'embauches à une période donnée est une fonction du nombre de personnes au chômage (u) et du nombre de postes vacants (v) :

$$m(u, v)$$

On supposera que la fonction m est à rendements constants, du type : $m(u, v) = u^\alpha v^{1-\alpha}$.

B Résolution

1. Exprimer la probabilité instantanée h pour un chômeur de trouver un emploi.

2. Montrer que h peut s'écrire $\theta q(\theta)$, avec $\theta \equiv \frac{v}{u}$ et q une fonction décroissante. Que représente q ? Les travailleurs ont-ils intérêt à ce que θ soit élevé ou faible ? Exprimer la durée moyenne de vacance d'un poste en fonction de $q(\theta)$.

3. Calculer le taux de chômage à l'équilibre stationnaire en fonction de $\{s, h\}$.

Pour toutes, les questions suivantes, on se place à l'état stationnaire.
On note J_F (resp. J_V) la valeur actualisée des revenus pour une firme d'une place occupée par un travailleur (resp. la valeur actualisée des revenus pour une firme d'une place vacante).
On note J_E (resp. J_U) la valeur actualisée des revenus pour un travailleur employé (resp. la valeur actualisée des revenus pour un travailleur en recherche d'emploi).

4. Expliquer pourquoi à l'équilibre stationnaire, J_F et J_V vérifient :

$$rJ_F = x - w + s(J_V - J_F)$$

On utlisera trois méthodes différentes : (i) fonction valeur sous forme intégrale (ii) sous forme différentielle (iii) un raisonnement d'arbitrage.
Exprimer de même J_V en fonction J_F et des paramètres du modèles.

5. Interpréter la condition d'équilibre suivante :

$$\frac{\gamma}{q(\theta)} = \frac{x - w}{r + s}$$

6. Exprimer J_E en fonction de J_U et des paramètres du modèles (resp. J_U en fonction de J_E et des paramètres du modèles).

Nash-Bargaining et équation de salaire

On suppose que le salaire est déterminé de sorte que la fonction suivante soit maximisée :

$$\max_{(w)} {J_F}^{\beta}(J_E - J_U)^{1-\beta}$$

où β désigne le pouvoir de négociation de la firme.
On notera que le salaire d'équilibre impacte J_U mais que cet effet n'est pas internalisé par le travailleur qui négocie son salaire avec une firme donnée (prenant le salaire d'équilibre comme donné).

7. Montrer que : $\beta\,(J_E - J_U) = (1-\beta)\,J_F$.
Montrer qu'à l'équilibre, $w = \beta b + (1-\beta)(x + \gamma\theta)$. Commenter.

Equilibre sur le marché du travail et statique comparative

8. Représenter graphiquement la détermination de (θ, w) dans le plan (θ, w).
Déterminer comment θ, h et u sont affectés par :

- une hausse de b,
- une hausse de γ,
- une baisse de s.

C Efficience des modèles dynamiques de search : Condition d'Hosios

On cherche à déterminer l'allocation optimale de l'emploi et à la comparer à l'équilibre décentralisé. Le planificateur cherche à maximiser la production sous la contrainte d'évolution de l'emploi.

9. Exprimer le surplus (S) du planificateur à chaque période avec u chomeurs et v postes vacants.

10. Ecrire le programme du planificateur sous contrainte. Ecrire le Hamiltonien associé. En déduire les conditions du premier ordre.
On introduira $\eta(\theta) = -\frac{\frac{dq}{d\theta}\theta}{q(\theta)}$ (Indication : il est conseillé de prendre $\theta = \frac{v}{u}$ comme variable de contrôle plutôt que v).

11. Montrer qu'à l'équilibre stationnaire on a :

$$(1-\eta(\theta))(x-b) - \gamma\frac{r + s + \eta(\theta)\theta\, q(\theta)}{q(\theta)} = 0$$

12. En utilisant les questions 4) et 6), montrer que dans le cas de l'équilibre décentralisé, on a la relation suivante :

$$\beta(x-b) - \gamma\frac{r + s + (1-\beta)\,\theta q(\theta)}{q(\theta)} = 0$$

13. En déduire à quelle condition l'équilibre décentralisé est efficient. C'est la **Condition d'Hosios**. Comment s'écrit cette condition lorsque la fonction de matching est Cobb–Douglas. Commenter.